Záróvizsgai témakörök/tételek
Matematika BSc matematikus és BSc matematika x szakos tanári szakirányon
(a dőlten szedett részek csak a matematikus szakirányra vonatkoznak)

1. Számelméleti alapismeretek ez egészek és test feletti polinomgyűrűkben, a számelmélet alaptétele. A prímszámelmélet elemei. A kongruencia fogalma, maradékosztályok, Euler-Fermat-tétel. Lineáris és magasabb fokú algebrai kongruenciák. Binom kongruenciák, kvadratikus kongruenciák.

2. Az egész számok gyűrűjének, a racionális, a valós és a komplex számok testének kiépítése. Az algebra alaptétele. Másod-, harmad- és negyedfokú egyenletek algebrai megoldása.

3. Multiplikatív és additív számelméleti függvények. Tökéletes számok. Összegzési és megfordítási függvények. Számelméleti függvények értékkészletére vonatkozó tételek.

4. Lineáris diofantikus egyenletek, a Pitagoraszi számhármasok, a Fermat-féle problémakör. Diofantikus approximáció, a Pell-egyenlet.

5. Az algebrai- és a geometriai számelmélet elemei. Lineáris rekurzív sorozatok.

6. A mátrix és a determináns fogalma, alaptulajdonságok, a mátrixok rangszámtétele, a determináns kifejtése. Laplace tétele. Lineáris egyenletrendszerek, a Gauss-féle módszer, Cramer-szabály, Kronecker–Capelli tétel. Homogén lineáris egyenletrendszerek.

7. Test feletti vektortér fogalma, vektorok lineáris függősége. Vektorrendszer rangja, generátorrendszer, bázis, dimenzió. Vektorterek lineáris leképezései, a leképezés rangja és magja. A szabadvektor fogalma, műveletek szabadvektorokkal (skaláris, vektoriális és vegyes szorzat). Az egyenes egyenletei síkban és térben. A sík egyenletei. Másodrendű görbék.

8. *Lineáris leképezések vektortere. Az algebra fogalma. Lineáris transzformáció sajátértéke, sajátvektora, karakterisztikus- és minimálpolinomja. Diagonalizálhatóság. Valós es komplex bilineáris függvény. Ortogonalizálás. Kvadratikus alak, definitség. Valós és komplex Euklideszi tér. Adjungált transzformáció. Főtengelytétel.*

9. Kombinatorikai alapfogalmak. Binomiális és polinomiális tétel, a Pascal-háromszög. Gráfelméleti alapfogalmak. Néhány egyszerű gráfelméleti probléma megfogalmazása (Euler-kör, Hamilton-kör). Fagráfok.

10. Kolmogorov-féle axiómák. Klasszikus és geometriai valószínűségi mezők. Feltételes valószínűség, teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel, események függetlensége. Valószínűségi változó, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény, várható érték, szórásnégyzet. A nagy számok törvényei.

11. *Mérhető tér, mértéktér, tulajdonságaik. Külső mérték, halmazfüggvényhez tartozó külső mérték, peremérték. Lebesgue-mérték. Mérhető függvény. Approximációs tétel.*

12. *Nemnegatív mérhető függvény integrálja, integrálható függvények, Lebesgue majorált konvergencia tétele. Lebesgue-integrál. Mértékterek szorzata, Fubini-tétel. Radon-Nikodym-tétel.*

13. A matematikai statisztika alapfogalmai: minta, mintarealizáció, statisztika. Nevezetes statisztikák. Statisztika alaptétele. Becsléselmélet, konfidenciaintervallumok. Hipotézisvizsgálatok.

14. Az euklideszi geometria metrikus aspektusai. Térelemek távolsága és szöge. Sokszögek és síkidomok területe, poliéderek és testek térfogata. Algebrai görbék és felületek. A gömb, az egyenes körkúp és az egyenes körhenger síkmetszetei.

15. A geometria axiomatikus felépítésének alapelvei. A sík és a tér transzformációi: a mozgások, egybevágóságok, hasonlósági transzformációk, projektív transzformációk csoportja. Transzformációkkal kapcsolatos tételek.

16. *Nemeuklideszi geometriák. A hiperbolikus geometria modelljei. A topológia alapkérdései, dimenzió, görbe, felület, topológiai invariánsok. Az Euler-karakterisztika kiszámítása.*

17. *A görbék és felületek differenciálgeometriája. Görbe, érintő, görbület, torzió. Felület, paramétervonalak, első és második alapmennyiségek. A Gauss görbület és kiszámítása. A Theorema egregium és következményei.*

18. Halmazelméleti alapismeretek, műveletek halmazokkal. Halmazok számossága. A matematikai logika elemei, következményfogalom, predikátumlogikai fogalmak. A formális axiomatikus elméletek legfontosabb jellemzői.

19. Az algebrai művelet és algebrai struktúrák. Csoport, részcsoport, normálosztó. Ciklikus csoportok tulajdonságai. Külső és belső direkt szorzat, a véges Abel-csoportok alaptétele. Gyűrű, részgyűrű, ideál, oszthatóság integritási tartományban. Alaptételes gyűrű, főideálgyűrű, Euklideszi gyűrű, Testbővítés, Algebrai szám, transzcendens szám. Véges és algebrai bővítés.

20. Valós és metrikus térbeli sorozatok konvergenciája, valós számsorok. Valós és metrikus teret metrikus térbe képező függvények folytonossága és határértéke. A folytonosságra és határértékre vonatkozó alapvető tételek. Hatványsorok és elemi függvények.

21. Egy- és többváltozós függvények differenciálhatósága. Középértéktételek és következményeik. Taylor-formula és Taylor-sor. Függvényvizsgálat (monotonitás, konvexitás, egy- és többváltozós függvények szélsőértéke).

22. A Riemann integrál fogalma. Az integrál alapvető tulajdonságai és kiszámítása.

23. Elsőrendű közönséges explicit differenciálegyenletek (Picard - Lindelöf-féle egzisztencia- és unicitástétel). Kvadraturával megoldható differenciálegyenletek.

24. *Komplex függvények differenciálhatósága, Cauchy-Riemann egyenletek. Hatványsorok, elemi függvények.*

25. *Komplex függvények integrálása, pályamenti integrál. Cauchy-féle integráltétel és integrálformula.*